



TITLE:

# カオスダイナミクスによる帰納推論

AUTHOR(S):

大井, 澈

---

CITATION:

大井, 澈. カオスダイナミクスによる帰納推論. 物性研究 1986, 46(4): 353-368

ISSUE DATE:

1986-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92193>

RIGHT:

# カオスダイナミクスによる帰納推論

Chaos dynamics executes inductive inference.

日立製作所中央研究所 大井 澈

(1986年4月30日受理)

## 要旨

帰納推論のモデルとして有限長さの複雑なデータ列を外挿する問題を考え、その推論過程がカオスダイナミクスによって実行されることを示した。一般にカオスダイナミクスは決定論規則に従って複雑なデータ列を生成する。その逆過程として、有限長さの複雑なデータ列に対して、ある決定論規則を与えることができる。こうして与えられた決定論規則は更に、複雑なデータ列を逐次生成する。このデータ生成過程は、もとのデータ列の外挿過程と見なせる。従ってこれらの、決定論規則を与え、それに従って外挿を行なう過程は、帰納推論過程と等価である。このモデルは帰納推論の形式化に寄与できる。

## 1. 緒言

力学過程を計算機科学の立場から見直すと、生物的情報処理機能を持つコンピュータの開発に寄与しうる新しい視点がえられる。すなわち、カオスダイナミクスの再帰的性質はプログラム意味論に対応する(1)。また、カオスダイナミクスの確率論的性質からは非古典論理が導き出される(2)。もっとも、この後者の議論では、帰納推論との関係を検討するには至らなかった。しかし、清水(3)、ホフスタッター(Hofstadter)(4)、ニコリス(Nicolis)(5)が指摘するように、生物的情報処理装置の特徴は帰納推論機能にあると思われる。したがって、ダイナミクスと非古典論理との関係を論じる以上、帰納推論との関係の問題を避けるわけにはいかない。このような観点から、帰納推論のダイナミクスモデルを考え、その特長を調べた。その結果、ダイナミクス(力学規則)に基づく帰納推論は、乱雑データの中の規則性を検出する能力が大きいために、従来の統計法則に基づく方法よりも推論能力が優れていることが判った。

ここで帰納推論とは、「有限の事象から共通の概念を導き出すこと」である。このような推

論によって未来に生起する事象を予測できる(6)。この「予測能力の獲得」という側面を強調すると、帰納推論とは、「ランダムな時系列データの外挿」ないし「ランダムな記号列の延長」の問題である、と言い換えることができる。

このような、有限長さのランダムな記号列(たとえばコンピュータプログラム)の延長の問題、という立場から帰納推論を論じたのはソロモノフ(Solomonoff)が初めてである(7)。彼は確率論(条件付き確率についてのベイズの定理、すなわち、より良い仮説の選択という側面を強調した帰納推論についての基本定理)に基づいた推論を試みた。その後チェイティン(Chaitin)はランダムな記号列の性質を詳しく調べた(8)。そして、有限長さのランダムな記号列が周期性記号列の一部である確率は極めて小さいことを証明し、複雑さの理論(アルゴリズムによる複雑さの理論)を確立した。さらにショウ(Shaw)(9)およびニコリス(5)はカオスダイナミクスの生成する記号列がチェイティンの言う複雑な記号列と等価であることを示した。ニコリスはその議論を発展させて、帰納推論機能がカオスダイナミクスでモデル化できる可能性を指摘するに至ったといえる。

このように、ニコリスのモデルは帰納推論について新しく力学モデルを提案したという意味で大きい意義を持つ。しかしニコリス-チェイティン流の考え方のままでは実は帰納推論を実行できない。その理由を吟味し、カオスダイナミクスが生成するアナログ情報を保存すれば帰納推論の実行が可能になることを本研究で示した。

## 2・ カオスダイナミクスの性質に基づく計算

はじめに、カオスダイナミクスが帰納推論のモデルとなり得る理由を数値例で示す。本報ではすべて一次元写像

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad [1]$$

について計算する。

### 2・1 カオスダイナミクスから複雑なデータ列へ

最も単純な一次元写像である、次ぎのようなテントマップについて考えよう。

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 2x_n, & 0 \leq x_n < 1/2, \\ & 2(1-x_n), & 1/2 \leq x_n \leq 1. \end{aligned} \quad [2]$$

よく知られているように、この写像は二個の不安定不動点 ( $x^* = 0, 2/3$ ) を持つ。また、初期値  $x_0$  が有理数のときは周期数列を、それ以外の実数のときは複雑なカオス数列を、それぞれ生成する。例えば、 $x_0 = 1/2$  の場合、 $n=0$  と  $n=5$  の間の値を繰り返す周期 6 の数列 0.9231, 0.1538, 0.3077, 0.6154, 0.7692, 0.4615 が得られる。一方、初期値として無理数  $x_0 = \sqrt{2}/2$  を与えると、次ぎのような数列 0.7071, 0.5858, 0.8284, 0.3431, 0.6863, 0.6274, 0.7452, 0.5097, 0.9807, 0.0386, 0.0773, 0.1546, 0.3091, 0.6182, 0.7632 が得られ、ここに示した  $n=0$  と  $n=14$  の間で全く周期性は見出せない。(実際の計算を数値的に行なうには、無理数を丸めて有理数にする必要がある。その結果カオスは、著しく周期の長い数列として観測される (10))。

## 2・2 複雑なデータ列からカオスダイナミクスへ

初めに数列 0.6667, 0.6667, 0.6667, 0.6667, 0.6667, を考えよう。この数列の次ぎの値は 0.6667 であると誰もが予想するであろう。言い換えればこの数列は次ぎの式に従うと見なされる。

$$x_{n+1} = x_n \quad [3]$$

式 [1] と [3] から  $f(x_n) = x_n$ 、或いは一般に、不動点を表す式 [4] が得られる。

$$a = f(a) \quad [4]$$

では、次ぎの数列 0.9231, 0.1538, 0.3077, 0.6154, 0.7692, 0.4615, 0.9231, 0.1538, 0.3077, 0.6154, 0.7692, 0.4615, 0.9231 を考えよう。この数列すなわち時系列データは周期性を持っており、その様子は図 1 のプロットからさらに容易に判る。次ぎの値の予測値は 0.1538 である。そしてこの周期関数の関数形はフーリエ級数の形で完全に記述できる。

今度は、次ぎの数列 0.7692, 0.4615, 0.9231, 0.1538, 0.3077 を考えよう。この 5 点の時系列データは実は上の周期数列の一部なのであるが (図 1 点線枠内)、この 5 点からは何等周期性は予測できない。このような時系列データを外挿するときの基本戦略は、これらがある母集団から任意に選出されたデータの列であることと見なすことである。この戦略を採用ときは、次ぎの予測値  $\equiv$  期待値  $\equiv$  平均値  $= 0.5231$  となる。実際の次ぎの観測値は 0.6154 で

あるから、「当たらずとも遠からず」と満足して一件落着、それ以上の規則性の追及は止め、となる。

なおここで、期待値＝平均値としたのは極めて当たり前に見えるが、予測という立場からは、次ぎの事象が生起する事前確率密度分布関数（ベイズの定理に従って帰納推論を行なうときに採用する重み関数）を変域内で一定と仮定したことの帰結である（11）。

ところで、これらの乱雑なデータのそれぞれが、各1ステップ前のデータと因果関係を持って生起すると考えたらどうなるであろうか。このように因果関係を認める戦略をとるならば、相隣る2個のデータの間の関係が意味を持つ。ところが、2個のデータ（スカラー量）の間の関係は1次元変域上の写像（または関数）、すなわち1次元写像によって完全に記述できる。そこで上の5個のデータ  $x_m$  より4個の写像を作ると表1および図2（a）のようになる。これらの4個の写像の間の関係は、1次元写像関係が意味を持つ、という今の戦略に従うならば、変域上で相隣る2個の写像の間を結ぶ直線（図2（b））によって表されるであろう。これらの3本の直線の集合は先の5個のデータの生成規則を記述する。そしてこの生成規則に従って先のデータを外挿すると図（b）の矢印で示す手続きに従って  $0.61$  を得る。

このように、時系列的に相隣る2個のデータの間の因果関係を認める、すなわち決定論的規則に従って乱雑なデータが生成されると見なす、という戦略を採れば、今の例ではその決定論規則を発見できる。その規則は1次元写像の集合として記述される。なお、このようにして1次元写像の集合を作る方法は、ローレンツプロット（12）とよばれることは言うまでもない。

四番目に、次ぎの数列  $0.7071, 0.5858, 0.8284, 0.3431, 0.6863, 0.6274, 0.7452, 0.5097, 0.9807, 0.0386, 0.0773, 0.1546, 0.3091, 0.6182, 0.7632$  を考えよう。これらのデータをプロットすると図3のようになる。そして図1の例と異なり、周期性は認められない。フーリエ解析法を形式的に適用すれば、これらのデータの範囲での基本周期を見出すことはできる。一方、純粹に統計法則のみに従うと見なす戦略を採ったときの予測値として、 $x = 0.5310$  を得る。先のフーリエ解析の結果は事前確率を与え、先の予測値を補正するであろう。しかし時系列データが基本的に統計法則に従うという戦略を採る限り、決定論規則を求めることはできない。

次ぎに同じデータについて、相隣る2個のデータが関係を持つと見なす、すなわち決定論規則によってデータ列が生成されていると見なす戦略を採ってみよう。表1と同じ手続きに従って1次元写像を作ると図4を得る。これらの写像を結んだ直線の集合が先のデータの生成規則を与え、予測値  $= 0.47$  を得る。観測値  $= 0.4736$  であり、一致は良い。

## 2・3 力学的規則に基づかないデータ列からカオスダイナミクスへ

前節では複雑な数列に生成規則を与える方法を示した。しかしこの数列はもともと力学的生成規則によって生成したものであったから、その生成手続きを逆方向にたどる手続き（以下、「逆手続き」と称する）によって生成規則を発見できたのは、いわば当然である。本節ではさらに、上記の逆手続きを、力学的生成規則に由来しない乱雑なデータの列に適用して、この逆手続きが生成規則を与えることができるかどうかを調べる。ここで、対象とする乱雑データは次ぎの二通りとした。

〔1〕力学規則によって生成した数（十進、2・1節に記載）の上位1、2、または3桁の数字を除いた数、

〔2〕乱数表より得た数。

### 2・3・1 力学規則に由来しない周期数列

テントマップを表す式〔2〕に初期値  $x_0 = 12/13$  を代入して得た数列（表2、第2列）の各数値の先頭1、2、3数字を除いた数（ $x_{3n}$ 、 $x_{2n}$ 、 $x_{1n}$ 、同表、3、4、5列）に対して逆手続きを施す。初に、 $x_{3n}$ の列が生成規則を逐次変形しながら形成する様相を図5（a）－（i）（それぞれ時系列データを併記）に示す。また時系列データには、①形成した生成規則による予測値（○または●印）、②統計法則による予測値（期待値、△または▲印）、③観測値（+印）をそれぞれ記した。ここで、それぞれの予測の正しさの評価を、正の（予測が当たった）とき○または△印、誤の（予測が外れた）とき●または▲印で表した。ただし正誤の評価の基準は次ぎの通りとした。すなわち、 $|\text{予測値} - \text{観測値}| \leq 0.1$  のとき正、 $> 0.1$  のとき誤、とした。このような生成規則の一連の発展から次ぎのことが言える。〔1〕 $x_{3_6} (= x_{3_0})$  の観測値を得ると生成規則（写像の集合）は完成する。 $n = 7$ 以降はこの生成規則の予測は常に正しい。〔2〕統計法則は偶然正しい予測をすることがある。

言い換えれば、このような周期数列においては、一周期内の各数値が力学規則に無関係に発生しているにもかかわらず、逆手続きに従って生成規則をあてはめることができる。すなわちこの数列は見掛け上決定論規則によって生成したと見なせる。しかも、この逆手続きによれば、最初の1周期のデータを観測した時点でその周期性の様相が確定し、その系の未来は完全に予測できる。

一方、周期性の様相を知るために伝統的に用いられる調和解析法を適用しようとしても、 $n = 0$  から6までのデータが与えられたのみではこれらは有限長波形一個の関数から得られたも

のとみなされ、それらのデータの外挿値は平均値に収束する（13）。要するにフーリエ変換は周期性が別途確かめられている時系列データについてのみ、その周期と振幅を確定し得るに過ぎないのであって、この方法は予測能力を本質的に持っていない。それに比べると逆手続きの方法は、系の持つ周期性を検出し、かつ予測する方法として優れている。

同様の逆手続きを表2の $x_{2n}$  および  $x_{1n}$  について適用した結果をまとめて図6（a）、（b）に示す。いずれの場合も、乱雑なデータより成る周期数列を生成する規則としての写像の集合を構成できる。

### 2・3・2 力学規則に由来しない非周期数列

本節では、力学規則に由来せず、周期性も持たない、真に乱雑な数列に対してすら、逆手続きの方法が予測能力を持つことを示す。

同じく式〔2〕に初期値  $y_0 = \sqrt{2}/2$  を与えて得た数列（表3、第2列）の各数の先頭1、2数字を除いた数（ $y_{3n}$ 、 $y_{2n}$ 、同表第3、4列）に対して逆手続きを施す。 $y_{3n}$  の列が生成規則を逐次変形しながら形成する様相を図7（a）－（p）に示す。この一連の生成規則の発展から次ぎのことが言える。〔1〕時系列データの時間発展と共に生成規則（写像の集合）は複雑になる。すなわち、はっきりした生成規則は得られない。〔2〕この、逆手続きに依る生成規則の予測能力と、統計法則に従うとしたときの予測能力はそれぞれ  $6/16$  および  $5/16$  と、ほぼ等しい。

一方、図8は、 $y_{2n}$  についての結果をまとめたものである。この生成規則の予測能力は  $8/16$  と大きく、統計法則の予測能力  $2/16$  より大きい。

次に、乱数表（14）から得た数列（表4、その乱数の発生規則は不明）について、同じ逆手続きを施した結果を、図9および10に示す。両者のいずれにおいても、生成規則（写像の集合）は  $n=19$  までの時系列データによって著しく複雑になる。そしてそれらの予測能力も小さく、前者において  $2/17$ 、後者において  $3/17$  にすぎない。一方、これらのデータが統計法則に従って発生したと見なしたときの予測値（期待値）の予測能力はそれぞれ  $0/17$  および  $6/17$  である。すなわち前者の乱数に対しては逆手続きの方法が、後者の乱数に対しては統計法則に従うとみなす方法が、大きい予測能力を示す。

なお、これらのデータの乱雑さの尺度として従来から用いられる自己相関関数（15）を計算して図11（b）－（f）に示した。ここで図（a）は完全にランダムなデータの自己相関関数の模式図であり、時間間隔  $\tau$ （以下のデータにおいては  $n$ ）の増加と共に急速に平均値に

収束するはずのものである。そして図(b)－(f)のいずれも、ランダムデータの特徴を明瞭に示している。そしてこの自己相関関数の様相からたとえば、図(b)のデータが単純な生成規則によって生成されたことを推測する手掛かりはない。同様に、図(e)、(f)のデータが乱数表に由来することを推測する手掛かりもない。

従って、上述の逆手続きの方法、すなわち決定論規則を割り当てる方法は、従来の、自己相関関数を調べる方法では決して発見できない、乱雑データの中に潜む決定論規則を発見する能力を持つことが確かめられたといえる。

### 3・ 考察

先に述べたように、決定論的生成規則に従って生成した乱雑データ時系列が、逆手続きによってもとの生成規則を構成できることは当たり前である。然し実は、それが当たり前であるためには、われわれはあらかじめその決定論規則が存在していることを知っている必要がある。ところが、われわれは一般にそのような決定論規則をあらかじめ知っているわけではない。われわれが観測によって知り得るのはデータだけである。そのような乱雑なデータの山の中から、それらのデータに共通の規則を見出すこと、そしてその規則を用いて未来に出現するデータを予測し、生き残りを計ること、それが帰納推論の本質である(6)。しかも、2章に示したように、乱雑データがあるがままに、すなわち統計法則によってのみ支配されると見なす戦略のもとに取り扱うなら、その中に内在する決定論規則を発見することは決してできない。他方、決定論規則が存在すると見なす戦略のもとに、前節に述べた逆手続きを適用するなら、その乱雑データの生成規則としての決定論規則を発見できる。従って、決定論規則の存在を前提とする戦略の方が、未知の決定論規則を発見するための帰納推論法として決定的に有利である。

しかしながらわれわれの環境には、真に乱雑なデータもまた存在するであろう。そしてそのようなデータはおそらく、決定論規則に支配される乱雑データより圧倒的に多いであろう。そのようなデータに対する帰納推論の意義もここで同時に考察する必要がある。なぜなら上述の理由でわれわれは、決定論規則に従う乱雑データと、真に乱雑な(統計法則のみに従うような)データとの区別を知り得ないからである。そこで、真に乱雑なデータの時系列を外挿するときの予測能力の大小を、決定論規則の存在を前提とする戦略(決定論戦略)と、統計法則のみによって支配されるとみなす戦略(統計戦略)の両者について比較することが重要になる。

そのための試論はさきの2・3節に示した通りであり、要約すれば次のようになる。

[a] 逆手続きを逐次適用することによって真に乱雑なデータに見掛けの決定論規則をあては



めることができる。

[ b ] 見掛けの決定論規則は一般にデータ量とともに複雑になる。

[ c ] 決定論戦略の予測能力と統計戦略の予測能力は等しいと思われる。

これらのうち [ c ] をさらに敷衍すると次ぎのようになる。すなわち、前節では 16 データ × 4 系列のデータ群について、ある妥当な基準に基づく評価を行ない、予測能力がどちらもほぼ等しいと結論した。しかしこの問題は今後さらに詳細に吟味する必要と価値がある。その吟味は次ぎの二つの観点からしなければならない。すなわち、①異なる評価基準を与えたときの予測能力の変化を調べること、②データ量を増やして予測能力を統計的に評価すること、である。このうち特に、どのような評価基準を設定するかの問題は、おそらく帰納推論の本質に直接関わるであろう。少なくとも、生物情報処理系の適応と進化にとって、誤りを厳しく罰する制度をとるか、規則の発見の価値を認める制度をとるかは、重大な影響がある筈である。

要するに本報告の範囲では次ぎのことがいえる。すなわち、真に乱雑なデータについても、決定論戦略による帰納推論の予測能力は、統計戦略の予測能力より劣ることはない。また、決定論規則に由来する乱雑データに対しては、決定論戦略の方が、評価制度の如何に拘わらず圧倒的に有利である。さらに、周期的データに対しても、決定論戦略による逆手続きは最も速やかにその周期を発見できる点で圧倒的に有利である。

なお、本研究では、逆手続きの方法として、ローレンツプロットの方法をもちいた。しかし一般の高次元力学系の力学的構造が 1 次元写像で表される保証はない ( 16 )。このような場合について予測理論を建設し ( 17 )、帰納推論の方法を確立することは今後の課題である。

#### 4・ まとめ

生物情報処理の本質と思われる帰納推論についての、ニコリスによるカオスダイナミクスモデルを吟味し、推論を実行するために必要な条件を調べて次ぎの結論を得た。

[ 1 ] 帰納推論のモデルとして有限長さの乱雑な記号列を外挿する問題を考える。すると、一般的な非線形ダイナミクス ( カオスダイナミクス ) は乱雑な記号列を逐次生成するから、帰納推論の優れたモデルになり得る。しかし、カオスダイナミクスのトポロジーに記号を割り当てる記号力学の方法で生成した乱雑な記号列からは、その生成規則を記号列から構成できない。しかもその規則は予め知られてはいない。従ってこの方法では帰納推論を実行できない。

[ 2 ] この困難を克服するためには、外挿すべき記号に、単なるトポロジー情報ではなく、アナログ情報を持たせればよい。

〔3〕アナログ情報を持つ記号、すなわちデータの列が与えられれば、相隣るデータの関係、すなわち写像の集合を構成できる。この写像の集合はデータ列の生成規則であり、データ列の外挿値をも生成する。この過程が帰納推論にほかならない。

〔4〕このような力学規則（写像の集合を生成規則とする）による帰納推論は、従来の統計法則に基づく帰納推論に較べて、①データ列の周期性、および②複雑なデータ列を生成する力学規則、を発見する能力が著しく大きい。それらのデータ列を正確に外挿する。一方、③力学規則を持たない乱雑データも、統計法則に基づく方法とほぼ同じ確かさで外挿する。

〔5〕このように、アナログ情報を保存したデータの写像の集合を構成する、力学的規則に基づく帰納推論は複雑なデータ列を外挿、すなわち次ぎに出現するデータを予測する能力が大きい。このような情報処理能力は生物の生存と適応のために必要である。

したがって今後、生物情報処理機能を模擬した装置の概念設計を行なうにあたっては、その動作原理としてのカオスダイナミクスによる帰納推論機構の研究を進める必要がある。

## 謝辞

本稿に御討論と御批判を賜った新技術開発事業団津田一郎氏、ならびに当社元田浩および村山良昌の各氏に深く感謝する。

## 参考文献

- (1) 大井 敏: カオス力学系による情報処理とプログラム意味論、物性研究44(1985)pp869-877,  
Tetsu Oi: Biological information processing and formal semantics, submitted to  
New Generation Computing.
- (2) 大井 敏: カオスダイナミクスがもたらすマクロな不確定性と量子論理、物性研究に投稿。
- (3) 清水博: ホロニック・コンピュータの設計と作製、創造科学技術推進事業1984研究報告会講演要旨、水野バイオホロニクスプロジェクト、新技術開発事業団(昭59-12)pp3-9.
- (4) D. R. Hofstadter: Metamagical Themas, Basic Books (New York) (1985) pp631-665.
- (5) J. S. Nicolis: A study program of chaotic dynamics applied to information  
processing, a preprint to Solvay Conference, Brussels, (1985).
- (6) 大森 荘蔵: 物と心 (昭51-2) 東京大学出版会(東京) pp301-326.
- (7) R. J. Solomonoff: A formal theory of inductive inference. Part I, Information  
and Control, 7(1964) pp1-22.

- (8) G. Chaitin: Randomness and mathematical proof, Sci. Amer., Jul. (1975) pp47-59.
- (9) Robert Shaw: Strange attractors, chaotic behavior, and information flow, Z. Naturforsch. 36a(1981) pp80-112.
- (10) S. Katsura and W. Fukuda: Exactly solvable models showing chaotic behavior, Physica 130A, (1985) pp597-605.
- (11) 繁樹算男: ベイズ統計入門(昭60-4) 東京大学出版会(東京) pp37-94.
- (12) E. N. Lorenz: Deterministic nonperiodic flow, J. Atmos. Sci., 20(1963) pp130-141.
- (13) E. O. ブリガム: 高速フーリエ変換(Prentice-Hall Inc. (1974)), 宮川洋、今井秀樹訳(昭53-12)、科学技術出版社(東京) pp102-122.
- (14) S. ロス: 初等確率論教程(Macmillan Publishing Co., Inc. (1976)), 原田雅顕、長谷川勝也、石原辰雄訳(昭58-6)、現代数学社(京都) p315.
- (15) 堀川明: ランダム変動の解析(昭52-4増訂) 共立出版(東京) pp99-149.
- (16) 長島弘幸: カオスをとらえる、日本物理学会誌、41 (1986) pp19-28.
- (17) 相沢洋二: カオスの線形予測理論と埋め込み次元、日本物理学会第41回年会講演予稿集第3分冊(1986)p318.

表 1 数列  $\{x_n\}$ ,  $n=0-4$  と、相隣る 2 個のデータの間の関係  $(x_n, x_{n+1})$ .

$n$	$x_n$	$(x_n, x_{n+1})$
0	0.7692	(0.7692, 0.4615)
1	0.4615	(0.4615, 0.9231)
2	0.9231	(0.9231, 0.1538)
3	0.1538	(0.1538, 0.3077)
4	0.3077	---

表 2 周期数列 (2.1 節本文) の各数値の先頭 1, 2, 3 数字を除いた数  $\times 3$ ,  $\times 2$ ,  $\times 1$  より成る数列.

$n$	$x_n$	$x3_n$	$x2_n$	$x1_n$
0	0.7692	0.692	0.92	0.2
1	0.4615	0.615	0.15	0.5
2	0.9231	0.231	0.31	0.1
3	0.1538	0.538	0.38	0.8
4	0.3077	0.077	0.77	0.7
5	0.6154	0.154	0.54	0.4
6	0.7692	0.692	0.92	0.2
7	0.4615	0.615	0.15	0.5
8	0.9231	0.231	0.31	0.1
9	0.1538	0.538	0.38	0.8
10	0.3077	0.077	0.77	0.7
11	0.6154	0.154	0.54	0.4
12	0.7692	0.692	0.92	0.2

表 3 非周期数列 (2.1 節本文) の各数値の先頭 1, 2 数字を除いた数  $\times 3$ ,  $\times 2$  より成る数列.

$n$	$y_n$	$y3_n$	$y2_n$
0	0.7071	0.071	0.71
1	0.5858	0.858	0.58
2	0.8284	0.284	0.84
3	0.3431	0.431	0.31
4	0.6863	0.863	0.63
5	0.6274	0.274	0.74
6	0.7452	0.452	0.52
7	0.5097	0.097	0.97
8	0.9807	0.807	0.07
9	0.0386	0.386	0.86
10	0.0773	0.773	0.73
11	0.1546	0.546	0.46
12	0.3091	0.091	0.91
13	0.6182	0.182	0.82
14	0.7632	0.632	0.32
15	0.4736	0.736	0.36
16	0.9472	0.472	0.72
17	0.1056	0.056	0.56
18	0.2112	0.112	0.12

表 4 乱数表(a)から得た数列  $z1_n$ ,  $z2_n$ .

$n$	$z1_n$	$z2_n$
0	0.048	0.964
1	0.680	0.264
2	0.390	0.664
3	0.256	0.264
4	0.641	0.943
5	0.879	0.773
6	0.627	0.561
7	0.958	0.552
8	0.298	0.886
9	0.735	0.129
10	0.279	0.301
11	0.909	0.491
12	0.188	0.496
13	0.948	0.781
14	0.356	0.812
15	0.333	0.642
16	0.837	0.827
17	0.394	0.464
18	0.069	0.672
19	0.409	0.073

## 図の説明

- 図1 周期性時系列データの一例。(点線枠内データについては本文参照。)
- 図2 時系列的に相隣る2個のデータ間の関係が意味を持つ、とみなしたときの、(a)データ間の写像、および(b)写像の集合。データは表1に示す。
- 図3 周期性を持たない時系列データの一例。
- 図4 周期性を持たない時系列データ(図3)についての、相隣るデータ間の写像の集合。
- 図5 数列 $x_{3n}$ が写像の集合すなわち生成規則(各図上段)を逐次形成する様相、ならびにその生成規則による時系列データの外挿(各図下段)。○、●印は生成規則による、△、▲は統計法則による予測(外挿)値、+印は観測値。ここで、○、△は正、●、▲は誤、とした(本文参照)。
- 図6 数列 $x_{2n}$ または $x_{1n}$ が形成する写像の集合すなわち生成規則(図上段)、ならびにその生成規則による時系列データの外挿(図下段)。○、●印は生成規則による、△、▲は統計法則による予測(外挿)値。ここで、○、△は正、●、▲は誤、とした(本文参照)。
- 図7 乱雑な数列 $y_{3n}$ が写像の集合すなわち生成規則(各図上段)を逐次形成する様相、ならびにその生成規則による時系列データの外挿(各図下段)。○、●印は生成規則による、△、▲は統計法則による予測(外挿)値、+印は観測値。ここで、○、△は正、●、▲は誤、とした(本文参照)。
- 図8 乱雑な数列 $y_{2n}$ が形成する写像の集合すなわち生成規則(図上段)、ならびにその生成規則による時系列データの外挿(図下段)。○、●印は生成規則による、△、▲は統計法則による予測(外挿)値。ここで、○、△は正、●、▲は誤、とした(本文参照)。
- 図9 乱雑な数列 $z_{1n}$ が形成する写像の集合すなわち生成規則(図上段)、ならびにその生成規則による時系列データの外挿(図下段)。○、●印は生成規則による、▲印は統計法則による予測(外挿)値。ここで、○は正、●、▲は誤とした(本文参照)。
- 図10 乱雑な数列 $z_{2n}$ が形成する写像の集合すなわち生成規則(図上段)、ならびにその生成規則による時系列データの外挿(図下段)。○、●印は生成規則による、▲印は統計法則による予測(外挿)値。ここで、○は正、●、▲は誤とした(本文参照)。
- 図11 乱雑な数列より成る時系列データの自己相関関数。(a)模式図(15)、(b)カオス数列 $y_n$ 、(c)カオス数列を加工した乱雑数列 $y_{3n}$ 、(d)カオス数列を加

図の説明（続き）

工した乱雑数列  $y_{2n}$  , ( e ) 乱数表による乱雑数列  $z_{1n}$  , ( f ) 乱数表による乱雑数列  $z_{2n}$  .

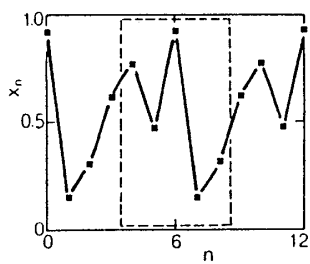
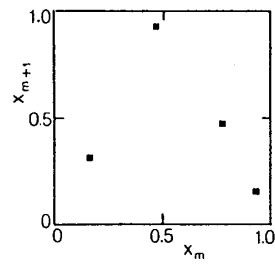
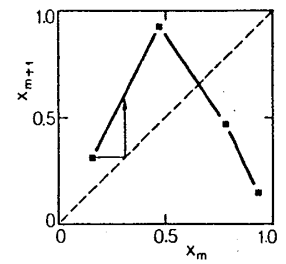


図 1



(a)



(b)

図 2

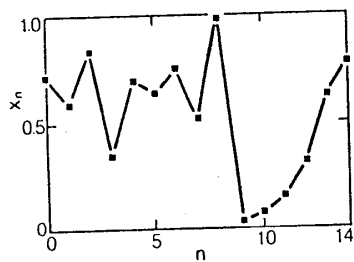


図 3

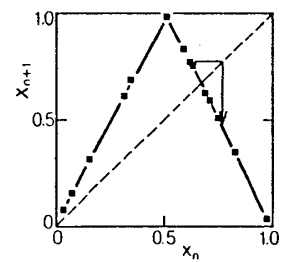


図 4

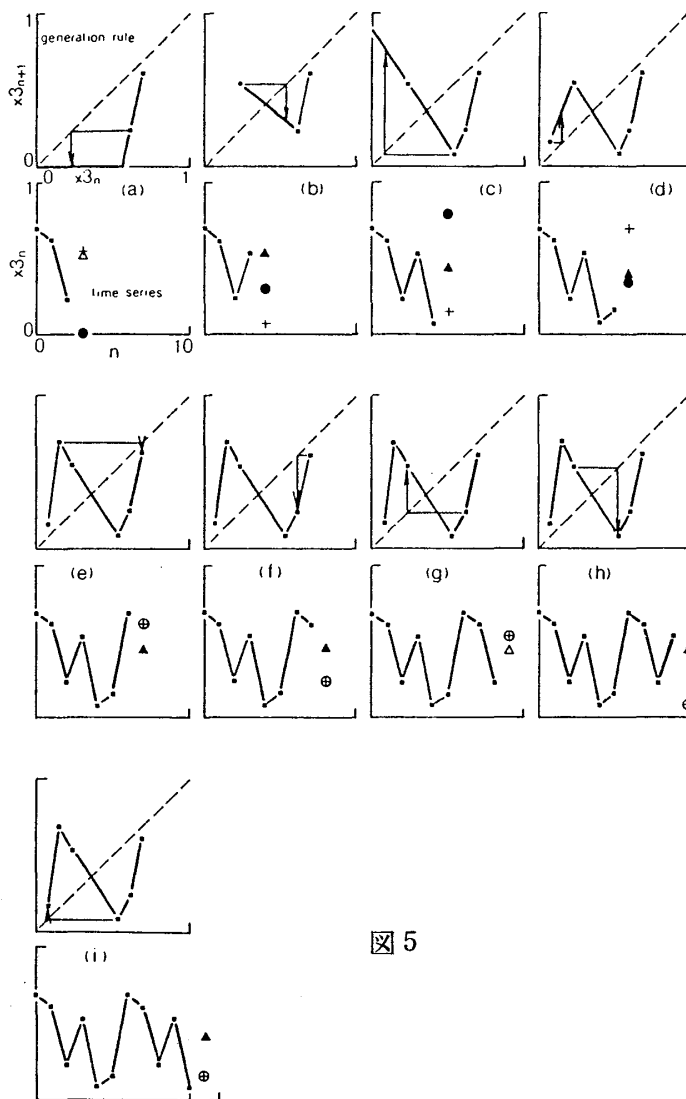


図 5

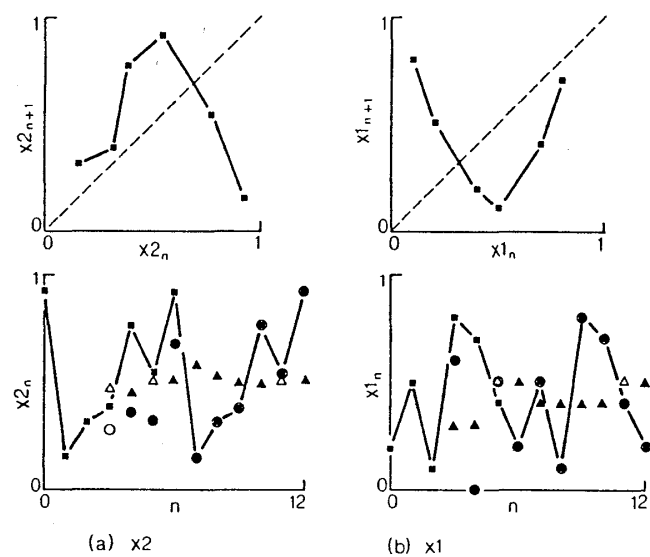


図 6

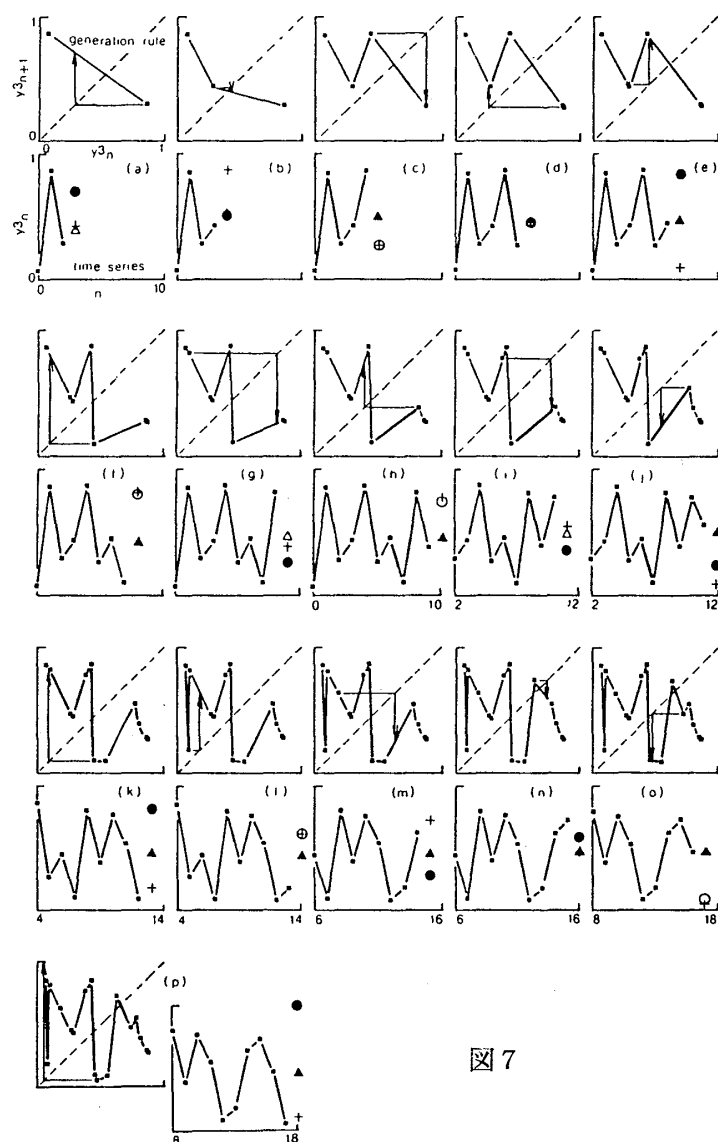


図 7

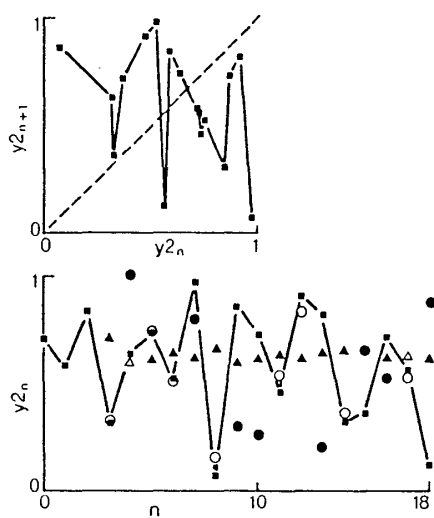


図 8

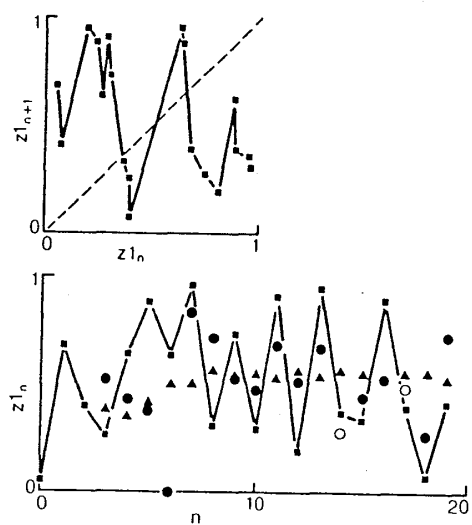


図 9



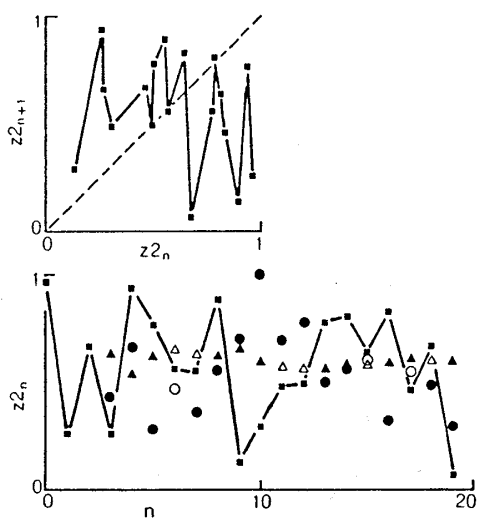


図 10

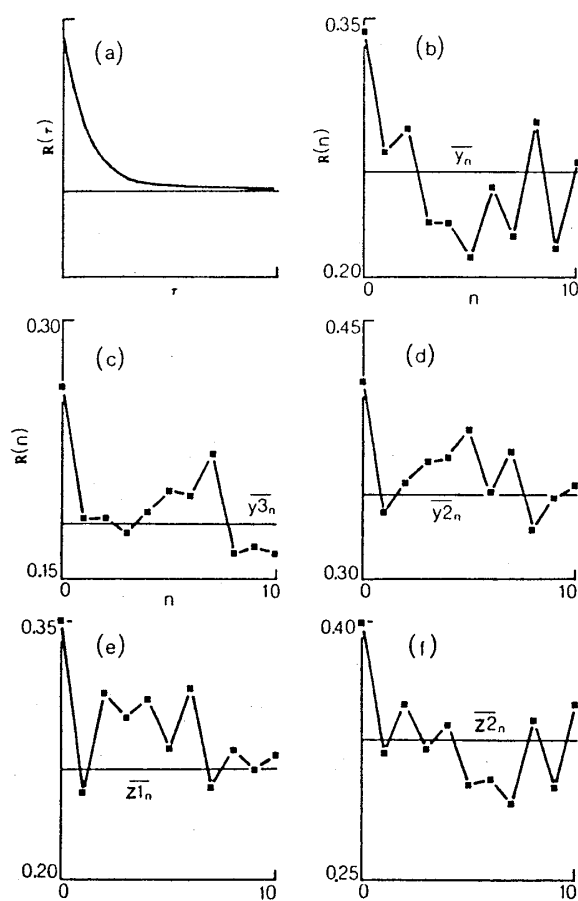


図 11